

Práctica N° 1

Modelos de Programación Lineal

- 1.1 Un fabricante de equipos de pruebas tiene 3 departamentos principales para la manufactura de sus modelos M1 y M2. Las capacidades manuales son las siguientes:

	Requerimiento en horas		Horas disponibles por mes
	M1	M2	
Estructura principal	4	2	1600
Alambrado eléctrico	2.5	1	1200
Ensamblado	4.5	1.5	1600
Beneficio unitario	\$40	\$10	

Formular un modelo para planificar la producción óptima.

- 1.2 Una empresa produce listones de madera en 4 medidas: chico, mediano, grande y extra grande. Estos listones pueden producirse en tres máquinas: A, B y C. La cantidad de metros que puede producir por hora cada máquina es:

	A	B	C
chico	300	600	800
mediano	250	400	700
grande	200	350	600
extra grande	100	200	300

Supongamos que cada máquina puede ser usada 50 horas semanales y que el costo operativo por hora de cada una es \$30, \$50 y \$80 respectivamente. Si se necesitan 10000, 8000, 6000 y 4000 metros de cada tipo de listones por semana, formular un modelo para minimizar costos.

- 1.3 Un fabricante de bombones entrega productos en cajas de 1 kg. en dos variedades: A y B. La caja tipo A contiene 300 grs. de bombones de licor, 500 grs. de nuez y 200 grs. de fruta. La caja tipo B contiene 400 grs., 200 grs. y 400 grs. de cada tipo de bombón. La utilidad por cada caja es de \$120 para las cajas del tipo A y de \$90 para las cajas del tipo B. El fabricante dispone de 100 kg. de bombones de licor, 120 kg. de nuez y 100 kg. de fruta. Se pide determinar la cantidad de cajas de cada tipo que debe armar el fabricante para que la ganancia sea máxima.
- 1.4 Bloomington Breweries produce dos tipos de cerveza: rubia y negra. La cerveza rubia se vende a \$5 el barril, y la cerveza negra se vende a \$2 el barril. Para producir un barril de cerveza rubia hacen falta 5 lb. de maíz y 2 lb. de lúpulo. Para producir un barril de cerveza negra son necesarios 2 lb. de maíz y 1 lb. de lúpulo. Hay disponibles 60 lb. de maíz y 25 lb. de lúpulo. Formular un LP que maximice las ganancias. Resolver el LP gráficamente.
- 1.5 El granjero Jones prepara dos tipos de tortas (chocolate y vainilla) para obtener ingresos extra. Cada torta de chocolate se puede vender a \$1, y cada torta de vainilla se puede vender a \$0.50. Cada torta de chocolate requiere de 20 minutos de cocción y usa 4 huevos. En cambio cada torta de vainilla requiere 40 minutos de cocción y usa 1 huevo. Jones tiene disponibles 8 horas de cocción y 30 huevos. Formular un LP para maximizar las ganancias de Jones.
- 1.6 Sunco procesa petróleo para producir combustible para aviones y aceite de maquina. Cuesta \$40 comprar 1000 barriles de petróleo, que luego destilados producen 500 barriles de combustible para aviones y 500 barriles de aceite. Lo que se obtiene de la destilación puede ser vendido directamente o ser procesado nuevamente con un fraccionador catalítico. Si se vende sin el segundo proceso, el combustible para aviones se vende a \$60 por 1000 barriles y el

aceite para calentar se vende a \$40 por 1000 barriles. Lleva 1 hora procesar 1000 barriles de combustible para aviones en el fraccionador catalítico, y esos 1000 barriles se venden a \$130. El mismo proceso demora 45 minutos para 1000 barriles de aceite para calentar, y esos 1000 barriles se venden a \$90. Cada día, se pueden comprar a lo sumo 20000 barriles de petróleo, y se tienen disponibles 8 horas del fraccionador catalítico. Formular un LP que maximice los beneficios de Sunco.

- 1.7 Walnut Orchard tiene dos granjas con trigo y maíz. Como consecuencia de las distintas condiciones del suelo, hay diferencias entre la cosecha y los costos de producir trigo y maíz en las dos granjas. La cosecha y los costos son los que se muestran en la tabla. Cada granja cuenta con 100 acres disponibles para el cultivo; deben plantarse 11000 toneladas de trigo y 7000 toneladas de maíz. Determinar un plan de cultivo que minimice el costo para satisfacer las demandas.

	Granja 1	Granja 2
Producción de trigo por acre	500 toneladas	650 toneladas
Costo del trigo por acre	\$100	\$120
Producción de maíz por acre	400 toneladas	350 toneladas
Costo de maíz por acre	\$90	\$80

- 1.8 Carco cuenta con un presupuesto de \$150000 para publicidad. Para aumentar la venta de automóviles, la firma esta considerando incorporar publicidad en un periódico y en la televisión. Cuanto más publicita Carco en un medio, menos efectiva es cada publicidad adicional. La tabla muestra la cantidad de nuevos clientes que proporciona cada nuevo aviso publicitario. Cada publicidad en el periódico cuesta \$1000, y cada publicidad en televisión cuesta \$10000. A lo sumo se pueden publicar 30 avisos en el periódico y 15 avisos en la televisión. Cómo puede Carco maximizar el número de clientes por medio de la publicidad?

	Número de Avisos	Nuevos clientes
Periódico	1 a 10	900
	11 a 20	600
	21 a 30	300
Televisión	1 a 5	10000
	6 a 10	5000
	11 a 15	2000

- 1.9 Motores Grummins produce camionetas Diesel. Nuevas medidas gubernamentales indican que el promedio de emisiones de polución de todas las camionetas en los próximos tres años no pueden exceder de 10 gramos por camioneta. Grummins produce dos tipos de camionetas. Cada camioneta tipo 1 se vende a \$20000, tiene un costo de producción de \$15000 y emite 15 gramos de polución. Cada camioneta tipo 2 se vende a \$17000, cuesta \$14000 y emite 5 gramos de polución. La capacidad máxima de producción de camionetas es de 320 por año. Grummins conoce la cantidad máxima de camionetas que se pueden vender en cada uno de los próximos 3 años (ver la tabla). La demanda se puede satisfacer con la producción del corriente año, o con la producción del año anterior, pero no debe ser necesariamente satisfecha. Formular un modelo de PL para planificar la producción óptima.

Año	Tipo 1	Tipo 2
1	100	200
2	200	100
3	300	150

- 1.10 El dueño de un invernadero planea hacer una oferta por el trabajo de proveer de flores los parques de la ciudad. Usará plantas de tulipanes, rosas y jazmines en tres tipos de disposiciones. El primer tipo usa 30 de tulipanes, 20 de rosas y 4 de jazmines. El segundo tipo usa 10 de tulipanes, 40 de rosas y 3 de jazmines. El tercer tipo usa 20 de tulipanes, 50 de rosas y 2 de jazmines. El beneficio neto es de \$50 por cada disposición de tipo 1, \$30 por

cada disposición de tipo 2 y \$60 por cada disposición de tipo 3. Cuenta con 1000 plantas de tulipanes, 800 de rosas y 100 de jazmines. ¿Cuántas disposiciones de cada tipo se deben usar para producir el máximo de ganancia?

1.11 Explicar cómo cambiaría la formulación del problema 10) si se agregaran las siguientes condiciones:

- a) El número de disposiciones de tipo 1 no puede exceder a las de tipo 2.
- b) Debe haber al menos 5 disposiciones de cada tipo.

1.12 El Banco Nacional de la ciudad de Gotham abre de lunes a viernes de 9 am a 5 pm. Por la experiencia previa el Banco sabe que necesita el número de cajeros que se muestra en la tabla. El Banco contrata a dos tipos de cajeros. Los cajeros full-time trabajan 9 horas por día, excepto por 1 hora que tienen para almorzar. (El Banco determina cuándo un empleado full-time toma su hora para el almuerzo, pero debe ser entre las 12 pm y la 1 pm, o entre la 1 pm y las 2 pm). Los empleados full-time cobran \$8 por hora (incluyendo la hora del almuerzo).

El Banco también puede contratar empleados part-time, quienes trabajan 3 horas consecutivas por día. Un cajero part-time cobra \$5 por hora. Para mantener la calidad del servicio, el Banco decide no contratar más de 5 cajeros part-time. Formular un LP que satisfaga los requerimientos del Banco a mínimo costo. Resolver el LP en la computadora. Experimentar con la solución del LP para determinar una política de empleos próxima a minimizar los costos laborales.

Período de tiempo	Cajeros requeridos
9 am a 10 am	4
10 am a 11 am	3
11 am a 12 pm	4
12 pm a 1 pm	6
1 pm a 2 pm	5
2 pm a 3 pm	6
3 pm a 4 pm	8
4 pm a 5 pm	8

1.13 El departamento de policía de la ciudad de Gotham emplea 30 oficiales. Cada oficial trabaja 5 días por semana. El número de crímenes varía los distintos días de la semana, por lo que el número de oficiales requeridos cada día depende de qué día de la semana se trata: sábado, 28; domingo, 18; lunes, 18; martes, 24; miércoles, 25; jueves, 16; viernes, 21. El departamento de policía quiere distribuir a los oficiales de modo que el número de oficiales cuyos días libres no son consecutivos, sea mínimo. Formular un LP.

1.14 Alexis Comby trabaja en la compra-venta de maíz. El primero de enero, tiene 50 toneladas de maíz y \$1000. El primer día de cada mes, Alexis puede comprar maíz a los siguientes precios por tonelada: enero, \$300; febrero, \$350; marzo, \$400; abril \$500. En el último día de cada mes Alexis puede vender maíz a los siguientes precios por tonelada: enero, \$250; febrero, \$400; marzo, \$350; abril, \$550. Alexis guarda el maíz en un depósito que puede almacenar a lo sumo 100 toneladas de maíz. Los pagos que hace Alexis por sus compras deben ser en efectivo. Usar programación lineal para determinar cómo puede maximizar su efectivo al finalizar abril.

1.15 La ciudad 1 produce 500 toneladas de basura por día, y la ciudad 2 produce 400 toneladas de basura diarias. La basura debe ser incinerada en el incinerador 1 ó 2, y cada incinerador puede procesar hasta 500 toneladas de basura diarias. El costo de incinerar basura es de \$40 por tonelada en el incinerador 1 y de \$30 por tonelada en el 2. La incineración reduce cada tonelada de basura a 0.2 toneladas de escombros, que debe depositarse en alguno de dos basurales que reciben relleno. Cada uno de ellos puede recibir a lo sumo 200 toneladas de escombros por día. Cuesta \$3 por milla transportar una tonelada de material (basura o escombros). Las distancias (en millas) entre los distintos lugares se muestra en la tabla. Formular un LP que minimice el costo total de deshacerse de la basura en las dos ciudades.

	Incinerador 1	Incinerador 2
Ciudad 1	30	5
Ciudad 2	36	42
	Basural 1	Basural 2
Incinerador 1	5	8
Incinerador 2	9	6

- 1.16 Una planta recicladora de papel procesa papel de cajas, papel tissue, papel de impresión y papel para libros y produce pulpa para tres tipos de papel reciclado. Los precios por tonelada y los contenidos de pulpa de cada materia prima se muestran en la tabla. Para transformar la materia prima en pulpa, se pueden usar dos métodos, de-inking y dispersión asfáltica. Cuesta \$20 el proceso de de-inking por tonelada de cualquier materia prima. El proceso de de-inking pierde el 10% de la pulpa de la materia prima, dejando el 90% de la pulpa original. Cuesta \$15 aplicar el proceso de dispersión asfáltica a una tonelada de materia prima. Este proceso pierde el 20% de la pulpa. A lo sumo 3000 toneladas de materia prima pueden procesarse mediante dispersión asfáltica o el proceso de-inking.

El papel reciclado de tipo 1, sólo se puede producir a partir de la pulpa de papel de impresión o de papel para libros; el de tipo 2, sólo a partir de papel para libros, papel tissue o papel de cajas; el de tipo 3, sólo con papel de impresión, papel tissue o papel de cajas. Para satisfacer la demanda actual, la compañía necesita 500 toneladas de pulpa para el papel tipo 1, 500 toneladas de pulpa para el papel tipo 2 y 600 toneladas para el papel tipo 3. Formular un LP que minimice los costos de satisfacer la demanda de pulpa.

	Costo	Contenido de pulpa
papel de cajas	\$5	15%
papel tissue	\$6	20%
papel de impresión	\$8	30%
papel para libros	\$10	40%

- 1.17 Turkeyco produce dos tipos de cortes de pavo para la venta a restaurants de comida rápida. Cada tipo de corte consiste en carne blanca y carne oscura. El corte 1 se vende a \$4 por libra y debe consistir al menos de 70% de carne blanca. El corte 2 se vende a \$3 por libra y debe contener al menos 60% de carne blanca. A lo sumo 50 libras del corte 1 y 30 libras del corte 2 pueden ser vendidos. Se usan dos tipos de pavos para producir los cortes. Cada pavo de tipo 1 cuesta \$10 y produce 5 libras de carne blanca y 2 libras de carne oscura. Cada pavo de tipo 2 cuesta \$8 y produce 3 libras de carne blanca y 3 libras de carne oscura. Formular un LP que maximice los beneficios de Turkeyco.
- 1.18 Un presidente tiene problemas con su paquete de reforma del estado. Le han comentado que hay 12 diputados del partido opositor y 16 diputados oficialistas que aun no han resuelto su voto. Decide llamarlos por teléfono para tratar de convencerlos, pero debido a la puntualidad del comienzo de las deliberaciones en el Senado, solo le resultara posible efectuar 20 llamados. La experiencia le demuestra que tiene 0.6 de probabilidad de convencer a un opositor y 0.9 en el caso oficialista. ¿A cuantos senadores opositores y oficialistas debería llamar para optimizar el uso de las llamadas?
- 1.19 La Compañía Star Oil está estudiando 5 posibilidades de inversión. En este momento tienen 40 millones para invertir y esperan tener otros 20 millones dentro de un año. La decisión de participar de uno de estos emprendimientos requiere realizar un aporte de capital en el primer año y otro en el segundo. Si hubiera capital sobrante de las inversiones del año 1, este no se puede usar en el segundo año. La empresa puede realizar la inversión completa de cada tipo o participar con una parte de ella (no puede asignar más capital a ella que lo que requiere la inversión completa) La tabla del capital requerido para cada inversión y del beneficio neto obtenido por cada una al final de los dos años, en millones de dólares, está dada por la siguiente tabla:

	Inv1	Inv2	Inv3	Inv4	Inv5
Capital requerido año 1	11	53	5	5	29
Capital requerido año 2	3	6	5	1	34
Beneficio neto	13	16	16	14	39

Modelar y resolver como un problema de programación lineal.

- 1.20 Semicond es una pequeña empresa electrónica que fabrica radios y reproductores de CD. En setiembre de 2001 la empresa tiene materia prima suficiente para fabricar 100 reproductoras de CD y 100 radios. Los costos por unidad, de materia prima, y precio de venta para cada producto figuran en la siguiente tabla;

	Reproductora de CD	Radio
Precio de venta	100	90
Costo de mano de obra	50	35
Costo de materia prima	30	40

El balance de la Compañía el 1 de setiembre es:

	Activo	Pasivo
Efectivo	10000 \$	
Dinero a cobrar de clientes	3000 \$	
Capital correspondiente al stock de materia prima disponible	7000\$	
Préstamo bancario		10000\$

La empresa quiere determinar cuántas radios y reproductoras de CD debería fabricar en setiembre, suponiendo que la demanda es tal que todos lo que se produzca podría ser vendido. Todas las ventas son a crédito, y lo que se vende en setiembre será cobrado el 1 de noviembre. Durante setiembre Semicond cobrará 2000\$ correspondiente a productos vendidos con anterioridad y tendrá que pagar 1000 del préstamo bancario que pidió y un alquiler de 1000\$. En octubre recibirá un pedido de materia prima por 2000\$ que deberá pagar el 1 de noviembre. La empresa quiere que el balance de caja el 1 de octubre sea al menos 4000\$, y los requerimientos del crédito bancario son que el cociente entre activo y pasivo sea al menos 2. ¿Cuál debería ser la producción de la empresa en setiembre para maximizar el beneficio de la empresa?. Resolver gráficamente. Analizar la solución.

- 1.21 Resolver los problemas de la práctica mediante un software de programación lineal (LINDO, CPLEX).